**Gaußsches Eliminationsverfahren**

Das Gaußsche Eliminationsverfahren ist ein [Algorithmus](https://mathepedia.de/Algorithmen.html) aus den mathematischen Teilgebieten der [linearen Algebra](https://mathepedia.de/Lineare_Algebra.html) und der [Numerik](https://mathepedia.de/Numerik.html). Es ist ein wichtiges Verfahren zum Lösen von [linearen Gleichungssystemen](https://mathepedia.de/Lineare_Gleichungssysteme.html). Das Verfahren wurde um 1850 von Carl Friedrich Gauß bei Arbeiten auf dem [Gebiet](https://mathepedia.de/Zusammenhang_Umgebungen_und_Mengen_Metrische_Raeume.html) der [linearen Gleichungssysteme](https://mathepedia.de/Lineare_Gleichungssysteme.html) entwickelt, allerdings hatte der chinesische Mathematiker Liu Hui bereits im Jahr 263 eine Beschreibung des Lösungsschemas veröffentlicht.

**Erklärung**

Ein [lineares Gleichungssystem](https://mathepedia.de/Lineare_Gleichungssysteme.html) mit drei Variablen bzw. Unbekannten (x,y,z) und den jeweiligen Koeffizienten a,b,c,e hat die Form:

a1x+a2y+a3z=e1a\_1x+a\_2y+a\_3z = e\_1a1​x+a2​y+a3​z=e1​;

b1x+b2y+b3z=e2b\_1x+b\_2y+b\_3z = e\_2b1​x+b2​y+b3​z=e2​;

c1x+c2y+c3z=e3c\_1x+c\_2y+c\_3z = e\_3c1​x+c2​y+c3​z=e3​.

Der [Algorithmus](https://mathepedia.de/Algorithmen.html) zur Berechnung der Variablen x, yx,\, yx,y und zzz lässt sich in zwei Etappen einteilen:

1. Vorwärtselimination,
2. Rückwärtseinsetzen (Rücksubstitution).

Im ersten Schritt wird das Gleichungssystem durch Äquivalenzumformungen, bei denen die Informationen des Gleichungssystems nicht geändert werden, in die Stufenform gebracht. Stufenform heißt, dass pro Zeile mindestens eine Variable weniger auftritt, also mindestens eine Variable *eliminert* wird, indem die Zeile so umgeformt wird, dass der Koeffizient der Variablen Null ist. Im obigen Beispiel würde man b1,c1b\_1, c\_1b1​,c1​ und c2c\_2c2​ eliminieren, in der dritten Zeile ist dann nur noch die Variable zzz. Zum Erreichen der Stufenform sind drei Umformungen zulässig: Es können (komplette) Zeilen vertauscht werden, eine Zeile kann mit einer von Null verschiedenen Zahl multipliziert werden oder es darf, wie beim Additionsverfahren, eine Zeile oder das Vielfache einer Zeile zu einer anderen Zeile addiert werden. Im zweiten Schritt werden ausgehend von der letzten Zeile, in der sich nur noch eine Variable befindet, die Variablen ausgerechnet und in die darüberliegende Zeile eingesetzt.

Ein [lineares Gleichungssystem](https://mathepedia.de/Lineare_Gleichungssysteme.html) kann eine, mehrere oder keine Lösung haben. Diese Unterscheidung kann schon nach der Vorwärtselimination getroffen werden, indem die letzte Zeile betrachtet wird (siehe weiter unten).

Beispiel:

1. xxx + 2yyy + 3zzz = 2, hier: a1=1, a2=2, a3=3a\_1 = 1,\, a\_2 = 2,\, a\_3 = 3a1​=1,a2​=2,a3​=3 und e1=2e\_1 = 2e1​=2
2. xxx + yyy + zzz = 2
3. 3xxx + 3yyy + zzz = 0

Es werden schematisch nur die Koeffizienten (a, b, c, e)(a,\, b,\, c,\, e)(a,b,c,e) geschrieben:

